УРОК 3

Тема уроку: Додавання і віднімання векторів. Множення вектора на число

Підручник з математики для 10 класу § 6 п. 40, 41

Сьогодні на уроці ви повинні з'ясувати, чи можливо додати або відняти напрямлені відрізки. Якщо так, то як це буде виглядати при побудові суми, різниці векторів. Ви опануєте поняття суми двох векторів, розглянете закони додавання векторів, вам треба навчитися будувати суму двох даних векторів, використовуючи правило трикутника і паралелограма. Ще ви повинні навчитися множити вектор на число та використовувати умову колініарності векторів при розв'язуванні задач.

Поняття вектора є важливим у математиці та фізиці. Існує чимало важливих величин, котрі є векторами. Наприклад, сила, швидкість, прискорення, кутовий момент, напруженість електричного і магнітного полів. Ці величини можна протиставити іншим величинам, таким як маса, об'єм, тиск, температура та густина, які можна описати звичайним числом, їх називають скалярами. Тому знання про вектори є важливими при вивченні природничо-математичних наук.

Перевірка домашнього завдання

№39.8 *Відповідь:* $\overline{CD}$ (0;−10;−2)

№39.10 *Відповідь:* $\overline{\text{МК}}$ (−2;2;−1); $\overline{|\text{МК}|} = 3$

№39.16 *Відповідь:* $k = -14$ або $k = 2$

Перевір свої знання з теми «Вектори на площині» http://surl.li/cqwiv

Нехай у просторі дано вектори $\bar{a}$ і $\bar{b}$. Відкладемо від довільної точки A простору вектор $\overline{AB}$, рівний вектору $\bar{a}$. Далі від точки B відкладемо вектор $\overline{BC}$, рівний вектору $\bar{b}$. Вектор $\overline{AC}$ називають **сумою векторів** $\bar{a}$ і $\bar{b}$ (рис. 40.1) і записують: $\bar{a} + \bar{b} = \overline{AC}$.

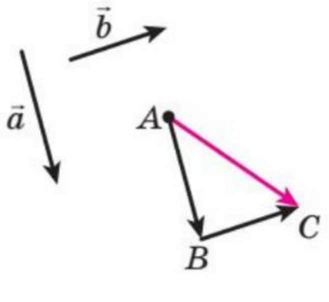

Рис. 40.1

Описаний алгоритм додавання двох векторів називають **правилом трикутника.**

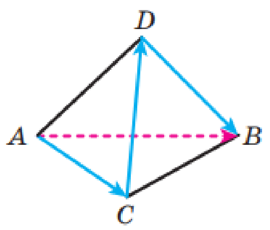

Рис. 40.2

Для тетраедра DABC, зображеного на рисунку 40.2, можна записати: $\overline{AC} + \overline{CD} + \overline{DB} = \overline{AD} + \overline{DB} = \overline{AB}$.

Для додавання двох неколінеарних векторів $\bar{a}$ і $\bar{b}$ зручно користуватися **правилом паралелограма.**

Відкладемо від довільної точки А вектор $\overline{AB}$, рівний вектору $\bar{a}$, і вектор $\overline{AD}$, рівний вектору $\bar{b}$ (рис. 40.3). Побудуємо паралелограм ABCD. Тоді шукана сума $\bar{a} + \bar{b}$ дорівнює вектору $\overline{AC}$.

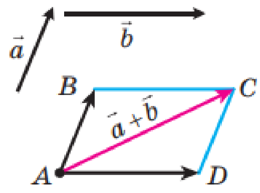

Рис. 40.3

Теорема 40.1. Якщо координати векторів $\bar{a}$ і $\bar{b}$ дорівнюють відповідно $(a_1;\ a_2;\ a_3)$ і $(b_1;\ b_2;\ b_3)$, то координати вектора $\bar{a} + \bar{b}$ дорівнюють $(a_1 + b_1;\ a_2 + b_2;\ a_3 + b_3)$, а координати вектора $\bar{a} - \bar{b}$ дорівнюють $(a_1 - b_1;\ a_2 - b_2;\ a_3 - b_3)$.

Задача №40.5 Дано вектори $\bar{a}$ (3; –6; 4) і $\bar{b}$ (–2; 4; –5) .

Знайдіть: 1) координати вектора $\bar{a} + \bar{b}$; 2) $|\bar{a} + \bar{b}|$

Розв'язання 1). $\bar{a} + \bar{b} = (3 - 2; -6 + 4; 4 - 5) = (1;\ -2;\ -1)$

2). $|\bar{a} + \bar{b}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{6}$

Відповідь: 1). $(1;\ -2;\ -1)$; 2). $\sqrt{6}$

Задача №40.7 Дано вектори $\bar{a}$ (–10; 15; –20) і $\bar{b}$ (2; 6; –12) .

Знайдіть: 1) координати вектора $\bar{a} - \bar{b}$; 2) $|\bar{a} - \bar{b}|$

Розв'язання 1). $\bar{a} - \bar{b} = (-10 - 2; 15 - 6; -20 + 12) = (-12;\ 9;\ -8)$

2). $|\bar{a} - \bar{b}| = \sqrt{(-12)^2 + 9^2 + (-8)^2} = \sqrt{289} = 17$

Відповідь: 1). $(-12;\ 9;\ -8)$; 2). 17

Задача №40.11 Спростіть вираз $\overline{AB} + \overline{BM} + \overline{MA} + \overline{NK}$

Розв'язання $\overline{AB} + \overline{BM} + \overline{MA} + \overline{NK} = \overline{AM} + \overline{MA} + \overline{NK} = \bar{0} + \overline{NK} = \overline{NK}$

Відповідь: $\overline{NK}$

Добутком ненульового вектора $\bar{a}$ і числа k, відмінного від нуля, називають такий вектор $\bar{b}$, що:

1) $|\bar{b}| = |k||\bar{a}|$;

2) якщо $k > 0$, то $\bar{b} \uparrow\uparrow \bar{a}$; якщо $k < 0$, то $\bar{b} \uparrow\downarrow \bar{a}$.

Теорема 41.1. Для будь-яких векторів $\bar{a}$ і $\bar{b}$ виконується рівність $\bar{a} - \bar{b} = \bar{a} + (-1) \cdot \bar{b}$

Теорема 41.2. Якщо вектори $\bar{a}$ і $\bar{b}$ колінеарні й $\bar{a} \neq \bar{0}$, то існує таке число k, що $\bar{b} = k\bar{a}$.

Теорема 41.3. Якщо координати вектора $\bar{a}$ дорівнюють $(a_1;\ a_2;\ a_3)$, то координати вектора $k\bar{a}$ дорівнюють $(ka_1;\ ka_2;\ ka_3)$

Задача №41.4 Дано вектори $\bar{a}$ $(-3; 2; 5)$ і $\bar{b}$ $(-2; -4; 1)$.

Знайдіть координати вектора $\bar{c}$, якщо: 1). $\bar{c} = 3\bar{a}+2\bar{b}$ 2). $\bar{c} = 4\bar{a} - 3\bar{b}$.

Розв'язання 1). $\bar{c} = 3(-3;\ 2;\ 5)+2(-2;\ -4;\ 1) = (-9; 6; 15) + (-4;\ -8; 2) = (-9 - 4; 6 - 8; 15 + 2) = (-13;\ -2; 17)$

2). $\bar{c} = 4(-3;\ 2;\ 5)-3(-2;\ -4;\ 1) = (-12; 8; 20) - (-6;\ -12; 3) = (-12 + 6; 8 + 12; 20 - 3) = (-6;\ 20; 17)$

Відповідь: 1). $(-13;\ -2; 17)$ 2). $(-6;\ 20; 17)$

Задача №41.13 Знайдіть значення x і y, при яких вектори $\bar{a}$ $(x; y;\ 2)$ і $\bar{b}$ $(-2;\ 3;\ 1)$ будуть колінеарними.

Розв'язання. Умова колінеарності векторів: $\frac{x_a}{x_b} = \frac{y_a}{y_b} = \frac{z_a}{z_b}$

Маємо: $\frac{x}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{2}{1}$

$$\frac{x}{-2} = \frac{2}{1}, \text{тому } x = -4.$$

$$\frac{y}{3} = \frac{2}{1}, \text{тому } y = 6.$$

Відповідь: $x = -4;\ y = 6$.

[*Опорний конспект*]

Домашнє завдання: § 6 п.40, 41 №40.2; 40.6; 40.8; 41.5; 41.14